Universidade Federal do Triângulo Mineiro

I Encontro de Singularidades do Triângulo Mineiro

Caderno de Resumos

UFTM - Uberaba, 26-28 de Fevereiro de 2018

Comitê científico
Luis Renato Gonçalves Dias - FAMAT/UFU
Maurício Barros Corrêa Júnior - ICEX/UFMG
Nivaldo de Góes Grulha Júnior - ICMC/USP

Comitê organizador
Camila Mariana Ruiz - DMA/UFTM
Daniel Oliveira Veronese - DMA/UFTM
Glalco Costa Silva - DMA/UFTM
Aldicio José Miranda - FAMAT/UFU
Thaís Maria Dalbelo - DM/UFSCar
Nivaldo de Góes Grulha Júnior - ICMC/USP

Palestras

1. Sobre a existência de aplicações não triviais para fibrações de Milnor reais nos pares de dimensões (5,2) e (6,3)
   Taciana Oliveira Souza
2. Geometric and algebraic classification of quadratic differential systems with invariant conics
   Alex Carlucci Rezende
3. The extra-nice dimensions
   Maria Aparecida Soares Ruas
4. Singular Milnor-Hamm sphere fibrations
   Raimundo Araújo dos Santos
5. A geometria plana da Singularidade $I1 : (x, y) \mapsto (x, xy, y^2, y^3)$
   Pedro Benedini Riul
6. Resíduos de singularidades de folheações holomorfas de codimensão 1 e aplicações
   Arturo Fernandez Perez
7. Submodules of minimal Buchsbaum-Rim multiplicity, mixed multiplicities of ideals and applications
   Carles Bivià-Ausina
8. Folheações de segundo tipo: propriedades de equidessingularização
   Rogério Mol
9. Good real deformations of co-rank one map germs from $\mathbb{R}^3$ to $\mathbb{R}^3$
   Marcelo José Saia
10. Fórmulas de Lê-Iomdine para ideais e suas aplicações
    Michelle Ferreira Zanchetta Morgado
11. Affine focal points for locally strictly convex surfaces in 4-space
    Luis F. Sánchez
12. The Infinitesimal Lipschitz Conditions
    Thiago Filipe da Silva
13. Feixe de Formas Multi-Logarítmicas
    Fernando Lourenço
14. Fibrações e injetividade global de homeomorfismos locais
    Jean Venato Santos
15. A Conjectura de Mond para germes de aplicações entre curvas
    Daiane Alice Henrique Ament
16. Invariants of Map germs from $\mathbb{C}^n$ to $\mathbb{C}^2$
    Elíris Cristina Rizziolli
17. Euler obstruction and Newton polygons
    Thaís Maria Dalbelo
18. The Euler obstruction of generic determinantal varieties
    Nivaldo Grulha

Pôsteres

19. Degree 3 Polynomials and examples of Broughton type
    Nilva Ribeiro

20. Constância do número de Milnor de uma família de funções sobre ICIS
    Rafaela Soares de Carvalho

21. Binary differential equations with symmetry
    Patrícia Tempesta

SOBRE A EXISTÊNCIA DE APLICAÇÕES NÃO TRIVIAIS PARA FIBRAÇÕES DE MILNOR REAIS NOS PARES DE DIMENSÕES (5,2) E (6,3)

TACIANA OLIVEIRA SOUZA

No livro "Singular points of complex hypersurfaces", [3], John W. Milnor estudou pontos singulares em hipersuperfícies introduzindo um fibrado localmente trivial, conhecida como *fibração de Milnor*, associado a cada ponto singular. Milnor mostrou a existência de tais estruturas para germes de funções holomorfas e aplicações analíticas reais. Para uma aplicação polinomial real $f : (\mathbb{R}^n, 0) \to (\mathbb{R}^p, 0)$ Milnor propôs chamar a singularidade de *trivial* se a fibra da fibração de Milnor associada for difeomorfa a um disco e Milnor perguntou (veja [3, p.100]): *"Para quais dimensões $n \geq p \geq 2$ existem exemplos não triviais?"*

Church and Lamotke responderam essa pergunta de Milnor em [2]. Em particular, Church and Lamotke mostraram que se $n - p = 3$ então todos os exemplos são triviais exceto para os pares de dimensões $(5, 2)$, $(8, 3)$ e, *possivelmente*, $(6, 3)$. Provamos em um trabalho recente, veja [1], a existência de exemplos não triviais no caso $(6, 3)$, pondo fim ao questionamento de Milnor a respeito da existência de exemplos não triviais. Nós também estendemos, em [4], a caracterização de germes de aplicações triviais para a fibração de Milnor real, iniciada por Church e Lamotke. Em particular, provamos que para uma aplicação polinomial real $f : (\mathbb{R}^5, 0) \to (\mathbb{R}^2, 0)$ a singularidade é trivial se, e somente se, a fibra de Milnor associada for simplesmente conexa.

Referências

[1] R. N. Araújo dos Santos, M.A.B. Hohlenwerger, O. Saeki e T. O. Souza, *New examples of Neuwirth-Stallings pairs and non-trivial real Milnor fibrations*, Annales de L'institut Fourier, v.66, **2016**, 83-104, .

[2] P. T. Church e K. Lamotke, *Non-trivial polynomial isolated singularities.* Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A 78=Indag. Math. 37, **1975**, 149-154.

[3] J. Milnor, *Singular Points of Complex Hypersurfaces*, Ann. of Math. Studies 61, Princeton University Press, **1968**.

[4] T. O. Souza, M. A. B. Hohlenwerger, D. De Mattos e R. N. Araújo dos Santos, *New characterization of trivial maps in 3-dimensional real Milnor fibers*, JP Journal of Geometry and Topology, v.12, **2012**, 207-217.

(Taciana Oliveira Souza) Universidade Federal de Uberlândia
E-mail address: `tacioli@ufu.br`

GEOMETRIC AND ALGEBRAIC CLASSIFICATION OF QUADRATIC DIFFERENTIAL SYSTEMS WITH INVARIANT CONICS

ALEX CARLUCCI REZENDE; REGILENE D.S. OLIVEIRA; DANA SCHLOMIUK; NICOLAE VULPE

Let QSH be the whole class of non-degenerate planar quadratic differential systems possessing at least one invariant conic. We classify the family of such systems possessing invariant hyperbolas, modulo the action of the group of real affine transformations and time rescaling, according to their geometric properties encoded in the configurations of invariant hyperbolas and invariant straight lines which these systems possess. The classification is given both in terms of algebraic geometric invariants and also in terms of affine invariant polynomials. It yields a total of 205 distinct such configurations. We have 162 configurations for the subclass $\mathrm{QSH}_{(\eta>0)}$ of systems which possess three distinct real singularities at infinity in $P_2(\mathbb{C})$, and 43 configurations for the subclass $\mathrm{QSH}_{(\eta=0)}$ of systems which possess either exactly two distinct real singularities at infinity or the line at infinity filled up with singularities. The algebraic classification, based on the invariant polynomials, is also an algorithm which makes it possible to verify for any given real quadratic differential system if it has invariant hyperbolas or not and to specify its configuration of invariant hyperbolas and straight lines. This is a joint work with Regilene D.S. Oliveira, Dana Schlomiuk and Nicolae Vulpe.

THE EXTRA-NICE DIMENSIONS

MARIA APARECIDA SOARES RUAS

We prove that the subset of stable 1-parameter families in $C^\infty(N \times [0,1], P)$ is dense if and only if the pair of dimensions $(dimN, dimP)$ is in the extra-nice dimensions. This result is parallel to Mather's characterization of the nice-dimensions as the pairs (n, p) for which stable maps are dense. The extra-nice dimensions are characterized by the property that discriminants of stable germs in one dimension higher have $\mathcal{A}_e$-codimension 1 hyperplane sections. We also establish the boundary of the extra-nice dimensions. Joint work with R. Oset-Sinha, T. Nishimura and R. Wik Atique.

(Maria Aparecida Soares Ruas) ICMC-USP
E-mail address: `maasruas@icmc.usp.br`

A GEOMETRIA PLANA DA SINGULARIDADE I_1: $(x, y) \mapsto (x, xy, y^2, y^3)$

PEDRO BENEDINI RIUL

Em [3] os autores apresentam a classificação dos germes de aplicações $\mathcal{A}$-simples $f : (\mathbb{R}^2, 0) \to (\mathbb{R}^4, 0)$. A família I_k, $k \geqslant 1$, dada por $f(x, y) = (x, xy, y^2, y^{2k+1})$ apresentada na classificação é a única em que a parábola de curvatura é uma parábola não degenerada. Sua geometria é amplamente estudada em [1], onde os autores definem conceitos geométricos como direções assintóticas, binormais e um invariante da geometria de segunda ordem: a curvatura umbílica.

A singularidade I_1 aparece naturalmente quando projetamos ortogonalmente superfícies regulares contidas em $\mathbb{R}^5$ em quatro espaços dados por direções tangentes não assintóticas (ver [4]). O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo sobre a geometria plana (flat) desta singularidade, estudo esse feito através da ánalise das singularidades da função altura da superfície localmente parametrizada pela singularidade.

Em um primeiro momento este estudo é feito classificando germes de submersões $h : (\mathbb{R}^4, 0) \to (\mathbb{R}, 0)$ via $\mathcal{R}(X)$-equivalência. Aqui, $\mathcal{R}(X)$ denota o subgrupo geométrico de difeomorfismos na fonte que preservam a superfície $X \subset \mathbb{R}^4$ localmente parametrizada pela singularidade I_1, chamada de superfície padrão. Para mais detalhes, ver [2].

Utilizando uma forma normal para a singularidade I_1 obtida via mudanças de coordenadas na fonte e isometrias na meta, novamente estudamos a função altura, comparando por fim os resultados obtidos pelos dois métodos. As condições para as possíveis singularidades da função altura são obtidas e relacionadas com os invariantes da superfície: a curvatura umbílica e a torção de uma curva especial obtida a partir de uma superfície regular em $\mathbb{R}^4$ associada.

Este trabalho é parte da pesquisa em desenvolvimento em meu doutorado, sob orientação da Prof. Maria Ap. Soares Ruas (ICMC - USP) e do Prof. Raúl Oset Sinha (Universitat de València).

Referências

[1] P. BENEDINI RIUL, R. OSET SINHA, M. A. S. RUAS, *The geometry of corank* 1 *surfaces in* $\mathbb{R}^4$, preprint, **2018**.

[2] J. W. BRUCE, R. M. ROBERTS, *Critical points of functions on analytic varieties*, Topology, 27, **1988**, 57-90.

[3] C. KLOTZ, O. POP and J. H. RIEGER, *Real double-points of deformations of $\mathcal{A}$-simple map-germs from* $\mathbb{R}^n$ *to* $\mathbb{R}^{2n}$, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., **2007**, 142-341.

[4] M. C. ROMERO FUSTER, M. A. S. RUAS, F. TARI, *Asymptotic curves on surfaces in* $\mathbb{R}^5$, Communications in Contemporary Maths, 10, **2008**, 1-27.

(Pedro Benedini Riul) ICMC - USP
E-mail address: `benedini@usp.br`

RESÍDUOS DE SINGULARIDADES DE FOLHEAÇÕES HOLOMORFAS DE CODIMENSÃO 1 E APLICAÇÕES

ARTURO FERNANDEZ PEREZ

Nesta palestra daremos uma introdução a teoria de residuos associados a singularidades de folheações holomorfas. Veremos como estes residuos caracterizam o tipo analítico da folheação holomorfa.

SUBMODULES OF MINIMAL BUCHSBAUM-RIM MULTIPLICITY, MIXED MULTIPLICITIES OF IDEALS AND APPLICATIONS

CARLES BIVIÀ-AUSINA

We give a lower bound for the Buchsbaum-Rim multiplicity of submodules of free modules arising from analytic algebras in terms of mixed multiplicities of ideals. We characterize the submodules attaining this lower bound and deduce an application to the computation of the index of a 1-form with respect to an isolated complete intersection singularity. We also present another application of mixed multiplicities of ideals; we define a rational number attached to any ideal of finite colength, in an arbitrary local ring, which is related with the log canonical threshold of ideals and characterizes a special class of ideals with monomial integral closure.

(Carles Bivià-Ausina) Universitat Politècnica de València (Spain)
E-mail address: carbivia@mat.upv.es

FOLHEAÇÕES DE SEGUNDO TIPO: PROPRIEDADES DE EQUIDESSINGULARIZAÇÃO

ROGÉRIO MOL

Nessa palestra, falaremos sobre alguns aspectos da dessingularização de folheações holomorfas em dimensão dois. Caracterizaremos e falaremos de propriedades das chamadas folheações de segundo tipo. Por fim, mostraremos que, dentre dessa categoria, duas folheações equivalentes por germes de difeomorfismos C^{∞} são equissingulares (trabalho em colaboração com R. Rosas)

(Rogério Mol) Universidade Federal de Minas Gerais
E-mail address: rmol@ufmg.br

GOOD REAL DEFORMATIONS OF CO-RANK ONE MAP GERMS FROM $\mathbb{R}^3$ TO $\mathbb{R}^3$.

ALDICIO J. MIRANDA, TACIANA O. SOUZA AND MARCELO J. SAIA

In this work we study the good real deformations of co-rank one map germs from $\mathbb{R}^3$ to $\mathbb{R}^3$. The key tool to obtain these results is the description of the multiple points set and also the computation of the homology groups of the discriminant of any real stable deformation of the germ. First we study the good real deformations of the class of germs $(x, y, z^4+yz+x^kz^2)$. We show that only the germ 4_1^2, or $k = 2$, has a real good deformation. We give the explicit description of the topology of the discriminant in a real stable deformation for the germ $(x, y, z^4 + yz + x^4z^2)$. We also study the non-simple germ $(x, y, z^6 + yz + xz^2)$, we show that it does not have a good real deformation, moreover, we show also that it is not maximal.

(Aldicio J. Miranda) FAMAT-UFU-Uberlândia, M.G.
E-mail address: aldicio@famat.ufu.br

(Taciana O. Souza) FAMAT-UFU-Uberlândia, M.G.
E-mail address: taciana@famat.uf.br

(Marcelo J. Saia) ICMC-USP, São Carlos, S.P.
E-mail address: mjsaia@icmc.usp.br

FÓRMULAS DE LÊ-IOMDINE PARA IDEAIS E SUAS APLICAÇÕES

MICHELLE FERREIRA ZANCHETTA MORGADO

As fórmulas de Lê-Iomdine para ideais descrevem uma técnica que reduz uma variedade $V(I)$ s-dimensional a uma variedade $V(J)$ $(s-1)$-dimensional e relaciona os números de Segre da primeira variedade com a segunda, sob certas condições. Quando o ideal é quase homogêneo, obtemos uma fórmula tipo Plücker dos números de Segre do ideal em termos de seus pesos e grau. Dada $h : \mathbb{C}^{n+1} \to \mathbb{C}^p$ with $p \leq n$, $h = (h_1, \cdots, h_p)$, onde $h_i \in \mathbb{C}\{x_0, \cdots, x_n\}$ é homogênea de grau d_i, o número de Segre de h é o número de Segre do ideal gerado pelos menores $p \times p$ da matriz jacobiana de h. No caso $p = 1$, esses são os números de Lê de h. Quando h é uma arranjo central de hiperplanos, a fórmula tipo Plücker nos ajuda a descrever cada número de Segre de h em função de seus pesos e grau.

(Michelle Ferreira Zanchetta Morgado) UNESP - São José do Rio Preto
E-mail address: mmorgado@ibilce.unesp.br

AFFINE FOCAL POINTS FOR LOCALLY STRICTLY CONVEX SURFACES IN 4-SPACE

LUIS F. SÁNCHEZ

We consider locally strictly convex surfaces M in affine 4-space. By using the metric of the transversal vector field on M we introduce a affine normal plane and the familly of affine distance functions on M. We show that the singularities of the family of affine distance functions appear at points on the affine normal plane and the affine focal points correspond to degenerate singularities of this family. Moreover we show that if M is immersed in a locally strictly convex hypersurface, then the affine normal plane contains the affine normal vector to the hypersurface and conclude that any surface immersed in a locally strictly convex hypersphere is affine semiumbilical.

Referências

[1] T. E. Cecil, *Focal points and support functions in affine differential geometry*, Geom. Dedicata **50** (1994), 291–300.
[2] D. Davis, *Affine normal curvature of hypersurfaces from the point of view of singularity theory*, Geom. Dedicata **141** (2009), 137–145.
[3] K. Nomizu and T. Sasaki, *Affine differential geometry*, Cambridge Tracts in Mathematics, vol. 111, Cambridge University Press, Cambridge, 1994, Geometry of affine immersions.
[4] K. Nomizu and L. Vrancken, *A new equiaffine theory for surfaces in* $\mathbf{R}^4$, Internat. J. Math. **4** (1993), no. 1, 127–165.
[5] J. J. Nuño-Ballesteros, *Submanifolds with a non-degenerate parallel normal vector field in Euclidean spaces*, Singularity theory and its applications, Adv. Stud. Pure Math., vol. 43, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2006, pp. 311–332.

(Luis F. Sánchez) Universidade Federal de Uberlândia
E-mail address: luis.sanchez@ufu.br

THE INFINITESIMAL LIPSCHITZ CONDITIONS

THIAGO FILIPE DA SILVA

In [4], Gaffney used the integral closure of modules to describe the Whitney equisingularity. If $X \subseteq \mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^k$ is a family of complex analytic varieties defined by an analytic map $F : (\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}^k, 0) \to (\mathbb{C}^p, 0)$, $Y = 0 \times \mathbb{C}^k \equiv \mathbb{C}^k \subseteq X$ the parameter space and the singular locus of a small enough representative of X, Gaffney showed that $(X - Y, Y)$ is Whitney equisingular if and only if all the partial derivatives of F with respect to the parameter space are in the integral closure of the submodule generated by $\left\{ z_i \frac{\partial F}{\partial z_j} \right\}_{i,j=1}^{n}$, where $z_1, ..., z_n$ are the coordinate functions on $\mathbb{C}^n$. We denote this inclusion as

$$JM(X)_Y \subseteq \overline{m_Y JM_z(X)}.$$

Since there is a close relation between the double structure and Lipschitz behavior, it is natural to hope that the above condition may desbribe the bi-Lipschitz equisingularity adding the double structure, i.e, $(JM(X)_Y)_D \subseteq \overline{(m_Y JM_z(X))_D}$, or even a weaker condition as $(JM(X)_Y)_D \subseteq \overline{(JM_z(X))_D}$. In the hypersurface case, Gaffney [2] called these the infinitesimal Lipschitz conditions m_Y and A, respectively.

In this talk we will generalize these notions for any codimension and to present a generalization of the Genericity Theorem, proved by Gaffney in the hypersurface case, which states that the iL_A condition holds generically on the parameter space. At the end, we present an application on the Grassmanian modification of a given analytic variety. Joint work with T. Gaffney.

Referências

[1] T. da Silva, *Bi-Lipschitz invariant geometry*, Doctoral Thesis - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, University of São Paulo, São Carlos, (2018). Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55135/tde-05022018-141238/

[2] T. Gaffney, *The genericity of the infinitesimal Lipschitz condition for hypersurfaces*, J. Singul. 10, **2014**, 108-123.

[3] T. Gaffney, *Bi-Lipschitz equivalence, integral closure and invariants*, Proceedings of the 10th International Workshop on Real and Complex Singularities. Edited by: M. Manoel, Universidade de São Paulo, M. C. Romero Fuster, Universitat de Valencia, Spain, C. T. C. Wall, University of Liverpool, London Mathematical Society Lecture Note Series (No.380), **2010**, 125-137.

[4] T. Gaffney, *Integral Closure of Modules and Whitney equisingularity*, Invent. Math. 107, **1992**, 301-322 .

FEIXE DE FORMAS MULTI-LOGARÍTMICAS

FERNANDO LOURENÇO

Nesse trabalho vamos considerar C uma interseção completa de duas hipersuperfícies, possivelmente com singularidades. Nesse contexto, vamos apresentar o Feixe de Forma Multi-Logarítmicas, desenvolvido principalmente por A. Aleksandrov. Calculando a classe de Chern de tal feixe, pretendemos apresentar uma aplicação na classificação das superfícies homaloidais. Este é um trabalho em conjunto com os professores Maurício Corrêa, Diogo Machado e Antonio Marcos.

(Fernando Lourenço) DEX; UFLA
E-mail address: `fernando.lourenco@dex.ufla.br`

FIBRAÇÕES E INJETIVIDADE GLOBAL DE HOMEOMORFISMOS LOCAIS

LUIS RENATO GONÇALVES DIAS; JEAN VENATO SANTOS

Nesta palestra serão apresentados teoremas em injetividade e invertibilidade globais de homeomorfismos locais que foram recentemente publicados em [2]. Estes resultados generalizam, para um contexto topológico, conhecidos resultados analíticos tais como os apresentados por Balreira em [1] e por Silva e Teixeira em [3].

Referências

[1] E. C. Balreira, *Incompressibility and global inversion*, Topol. Methods Nonlin. Anal., 35, **2010**, 69–76.
[2] L. R. G. Dias e J. Venato-Santos, *Fibrations and global injectivity of local homeomorphisms*, Topol. Appl., 235, **2018**, 22–34.
[3] E. A. de B. e Silva and M. A. Teixeira, *A version of Rolle's Theorem and applications*, Bol. Soc. Brasil. Mat., 29, **1998**, 301–328.

(Luis Renato Gonçalves Dias) FAMAT-UFU
E-mail address: `lrgdias@ufu.br`

(Jean Venato Santos) FAMAT-UFU
E-mail address: `jvenatos@ufu.br`

A CONJECTURA DE MOND PARA GERMES DE APLICAÇÕES ENTRE CURVAS

DAIANE ALICE HENRIQUE AMENT

Uma conjectura propõe uma desigualdade entre o número de Milnor da imagem, $\mu_I(f)$, e a $\mathscr{A}_e$-codimensão, $\mathscr{A}_e$- codim(f), para germes de aplicações $f : (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}^{n+1}, 0)$ quando $(n, n+1)$ estão nas boas dimensões de Mather. Mond ([5]) demonstra a desigualdade para $n = 1$, o caso $n = 2$ foi demonstrado independentemente por De Jong e Van Straten ([3]) e Mond ([4]), mais precisamente, $\mathscr{A}_e$- codim$(f) \leq \mu_I(f)$, com igualdade se, e somente se, f é quase homogênea. Para $n \geq 3$, esta desigualdade é conhecida como a Conjectura de Mond, a qual é um problema em aberto.

Motivados pelo trabalho de Mond ([5]), generalizamos (em [1]) o número de Milnor da imagem, $\mu_I(f)$, para $f : (X, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$ um germe de $\mathscr{A}_e$-codimensão finita, $\mathscr{A}_e$- codim(X, f) (dada por Mond e Montaldi em [6]), onde $(X, 0)$ é uma curva plana com singularidade isolada e apresentamos uma resposta positiva para a correspondente conjectura neste contexto, mais precisamente,

$$\mathscr{A}_e\text{-codim}(X, f) \leq \mu_I(f),$$

com igualdade se, e somente se, $(Y, 0)$, a imagem de f, é quase homogênea.

Em ([2]), introduzimos o número de Milnor da imagem, $\mu_I(f)$, para o caso mais geral em que $f : (X, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$ é um germe de $\mathscr{A}_e$-codimensão finita e $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ é uma curva, a qual é também uma interseção completa com singularidade isolada (ICIS).

Considerando $f : (X, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$, com $(X, 0) \subset (\mathbb{C}^n, 0)$ uma curva ICIS e com as hipóteses adicionais, $(X, 0)$ irredutível, quase homogênea e f quase homogênea com os mesmos pesos de $(X, 0)$, em ([2]) obtivemos a seguinte igualdade

$$\mathscr{A}_e\text{-codim}(X, f) = \mu_I(f).$$

Trabalho realizado com J. J. Nuño-Ballesteros e J. N. Tomazella.

Referências

[1] D. A. H. Ament and J. J. Nuño Ballesteros, *Mond's conjecture for maps between curves*, Mathematische Nachrichten, **2017**, 1-13.

[2] D. A. H. Ament, J. J. Nuño Ballesteros and J. N. Tomazella, *Image Milnor number and $\mathscr{A}_e$-codimension for maps between weighted homogeneous irreducible curves*, arXiv:1709.09504.

[3] T. de Jong and D. van Straten, *Disentanglements. In Singularity theory and its applications*, Part I (Coventry, 1988/1989), volume 1462 of Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, **1991**, 199-211.

[4] D. Mond, *Vanishing cycles for analytic maps.* In Singularity theory and its applications, Part I (Coventry, 1988/1989), volume 1462 of Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, **1991**, 221-234.

[5] D. Mond, *Looking at bent wires - $\mathscr{A}_e$-codimension and the vanishing topology of parametrized curve singularities*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc., 117(2), **1995**, 213-222.

[6] D. Mond and J. Montaldi, *Deformations of maps on complete intersections, Damon's $\mathscr{K}_V$-equivalence and bifurcations*, In Singularities (Lille, 1991), volume 201 of London Math. Soc. Lecture Note Ser., Cambridge Univ. Press, Cambridge, **1994**, 263-284.

(Daiane Alice Henrique Ament) Universidade Federal de São Carlos
E-mail address: daianehenrique@dm.ufscar.br

INVARIANTS OF MAP GERMS FROM $\mathbb{C}^n$ TO $\mathbb{C}^2$.

ELÍRIS CRISTINA RIZZIOLLI; MARCELO JOSÉ SAIA; ALDICIO JOSÉ MIRANDA

We investigate the singularities in the source and in the target of versal deformations $F(t,x) = f_t(x)$ of map germs $f : (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$, or the singularities of: The critical locus $\Sigma(f_t)$ in $\mathbb{C}^n$, the discriminant curves $\Delta(f_t) = f_t(\Sigma(f_t)) \in \mathbb{C}^2$ and the hypersurfaces $X(f_t) = f_t^{-1}(\Delta(f_t))$. For finitely determined map germs the sets $\Delta(f_t)$ and $\Sigma(f_t)$ are curves with isolated singularities. However the hypersurfaces $X(f_t) \in \mathbb{C}^n$ possibly have non isolated singularities. In this case, one needs to consider, among other invariants the Lê numbers and the polar multiplicities of $X(f_t)$. The initial cases to be investigated are the source dimensions $n = 2$ and $n = 3$. When $n = 2$ the sets $X(f_t)$ are 1-dimensional and $X(f_t) \cap \Sigma(f_t) = \{\overline{0}\}$. For instance, in this case there exists the well known formula of Gaffney and Mond showing that for finitely determined map germs, the Milnor number of the discriminant $\mu_0(\Delta(f_t))$ can be written in terms of the Milnor number $\mu_0(\Sigma(f_t))$ and of the number of cusps and transverse double points that appear in the discriminant, or $c(f) + d(f) = \frac{1}{2}\left(\mu(\Sigma(f)) + \mu(\Delta(f))\right).$

On the other side, for $n = 3$, the set $X(f_t)$ is 2-dimensional and the Jacobian scheme is 1 -dimensional. Thus we can apply the formula that appears in the end of p. 20, of D. Massey's book, to obtain $\lambda^1_{h,z}$. It is equal to the sum taken over the finite amount of 1-dimensional components through the origin, of the transverse number of Milnor along the component, times the multiplicity of the component at the origin. In this case the 1-dimensional components of $X(f)$ are: $\Sigma(f)$ and $f^{-1}(0)$. Therefore, the formula of Massey gives: $\lambda^1(X(f_t)) = m_0(\Sigma(f_t)) + \mu_0(\Delta(f_t))\dot{m}_0(f_t^{-1}(0))$. It is well known that for suspensions $g : (\mathbb{C}^3, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$ of a germ $f : (\mathbb{C}^2, 0) \to (\mathbb{C}^2, 0)$, its discriminants are equal, then we can describe the invariants of the sets $X(g_t)$ using booth formulae. We intend to develop procedures to compute all invariants associated to such germs using all known results for these dimensions.

(Elíris Cristina Rizziolli) IGCE/UNESP
E-mail address: eliris@rc.unesp.br

(Marcelo José Saia) ICMC/USP *E-mail address*: mjsaia@icmc.usp.br

(Aldicio José Miranda) FAMAT/UFU
E-mail address: aldicio@ufu.br

EULER OBSTRUCTION AND NEWTON POLYGONS

THAÍS MARIA DALBELO AND LUIZ HARTMANN

We present a formula to compute the Brasselet number of $f : (Y, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ where $Y \subset X$ is a non-degenerate complete intersection in a toric variety X. As applications we establish several results concerning about invariance of the Brasselet number for families of non-degenerate complete intersections. Moreover, when $(X, 0) = (\mathbb{C}^n, 0)$ we derive sufficient conditions to obtain the invariance of the Euler obstruction for families of complete intersections with isolated singularity which are contained on X.

(Thaís Maria Dalbelo) UFSCar
E-mail address: thaisdalbelo@gmail.com

(Luiz Hartmann) UFSCar
E-mail address: hartmann@dm.ufscar.br

THE EULER OBSTRUCTION OF GENERIC DETERMINANTAL VARIETIES

NIVALDO GRULHA

In [4] MacPherson proved the existence and uniqueness of Chern classes for possibly singular complex algebraic varieties. The local Euler obstruction, defined by MacPherson in that paper, was one of the main ingredients in his proof.

The computation of the local Euler obstruction is not easy; various authors propose formulas which make the computation easier. For instance, Lê and Teissier provide a formula in terms of polar multiplicities [3].

In [1], Brasselet, Lê and Seade give a Lefschetz type formula for the local Euler obstruction. The formula shows that the local Euler obstruction, as a constructible function, satisfies the Euler condition relative to generic linear forms.

In order to understand these ideas better, some authors worked on some more specific situations. For example, in the special case of toric surfaces, an interesting formula for the Euler obstruction was proved by Gonzalez–Sprinberg [2], this formula was generalized by Matsui and Takeuchi for normal toric varieties [5].

A natural class of singular varieties to investigate the local Euler obstruction and the generalizations of the characteristic classes is the class of generic determinantal varieties. Roughly speaking, generic determinantal varieties are sets of matrices with a given upper bound on their ranks. Their significance comes, for instance, from the fact that many examples in algebraic geometry are of this type, such as the Segre embedding of a product of two projective spaces. Independently, in recent work [6], Zhang computed the Chern-Mather-MacPherson Class of projectivized determinantal varieties, in terms of the trace of certain matrices associated with the push forward of the MacPherson-Schwartz class of the Tjurina transform of the singularity.

We prove a surprising formula that allow us to compute the local Euler obstruction of generic determinantal varieties using only Newton binomials. Using this formula we also compute the Chern–Schwartz–MacPherson classes of such varieties. Joint work with Terence Gaffney and Maria A. S. Ruas.

Referências

[1] J. P. Brasselet, D. T. Lê and J. Seade, *Euler obstruction and indices of vector fields.* Topology 39 **2000**, no. 6, 1193–1208.

[2] G. Gonzalez-Sprinberg, *Calcul de l'invariant local d'Euler pour les singularités quotient de surfaces*, C. R. Acad. Sci. Paris Ser. A–B 288, **1979**, A989–A992.

[3] D. T. Lê and B. Teissier, *V*ariétés polaires Locales et classes de Chern des variétés singulières, Ann. of Math. 114, **1981**, 457–491.

[4] R. MacPherson, *Chern classes for singular algebraic varieties*, Ann. of Math. 100 **1974**, 423–432.

[5] Y. Matsui and K. Takeuchi,*A geometric degree formula for A-discriminants and Euler obstructions of toric varieties*, em Adv. Math. 226,**2011**, 2040–2064 .

[6] X. Zhang, *Chern-Schwartz-MacPherson Class of Determinantal Varieties*, `arXiv:1605.05380 [math.AG]`.

(Nivaldo Grulha) ICMC-USP
E-mail address: njunior@icmc.usp.br

DEGREE 3 POLYNOMIALS AND EXAMPLES OF BROUGHTON TYPE

NILVA RIBEIRO

We classify singularities at infinity of polynomials of degree 3 in 3 variables, $f(x_0, x_1, x_2) = f_1(x_0, x_1, x_2) + f_2(x_0, x_1, x_2) + f_3(x_0, x_1, x_2)$, f_i is homogeneous polynomial of degree i, $i = 1, 2, 3$. Based on this classification, we calculate the jump in the Milnor number of an isolated singularity at infinity, when we pass from the special fiber to a generic fiber. As an application of the results, we investigate the existence of global fibrations of degree 3 polynomials in C^3 and search for information about the topology of the fibers in each equivalence class.

CONSTÂNCIA DO NÚMERO DE MILNOR DE UMA FAMÍLIA DE FUNÇÕES SOBRE ICIS.

RAFAELA SOARES DE CARVALHO; BRUNA ORÉFICE OKAMOTO; JOÃO NIVALDO TOMAZELLA

Greuel, em 1986, estudou a constância do número de Milnor de uma família de funções $f_t : (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ resultando no teorema:

[1, Teorema 1.1, p.161]**:** Seja $f : (\mathbb{C}^n, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ um germe de função holomorfa com singularidade isolada na origem. Para qualquer deformação $F : (\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}) \to (\mathbb{C}, 0)$ de f as seguintes condições são equivalentes:

(1) F é μ-constante.

(2) Para toda curva holomorfa $\gamma : (\mathbb{C}, 0) \to (\mathbb{C}^n \times \mathbb{C}, 0)$

$$\nu\left(\frac{\partial F}{\partial t} \circ \gamma\right) > inf\{\nu\left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \circ \gamma\right) \mid i = 1, \ldots, n\}.$$

(3) Mesma condição de (2) com " $>$ " substituído por " $\geq$ ".

(4) $\dfrac{\partial F}{\partial t} \in \overline{J_F}$, onde $J_F = \left\langle \dfrac{\partial F}{\partial x_i}, \ldots, \dfrac{\partial F}{\partial x_n} \right\rangle$ é o ideal Jacobiano de F em $\mathcal{O}_{n+1}$.

(5) $\dfrac{\partial F}{\partial t} \in \sqrt{J_F}$.

(6) $v(J_F) = \{0\} \times \mathbb{C}$ próximo de $(0, 0)$.

Neste trabalho, estudamos este resultado para famílias $f_t : (X, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$, onde $(X, 0)$ é uma $ICIS$.

Referências

[1] G. M. Greuel, *Constant Milnor Number implies Constant Multiplicity for Quasihomogeneous Singularities*, Manuscripta. Math. 56 **1986** 159-166.

(Rafaela Soares de Carvalho) Universidade Federal de São Carlos
E-mail address: rafaelasoares@dm.ufscar.br

(Bruna Oréfice Okamoto) Universidade Federal de São Carlos
E-mail address: bruna@dm.ufscar.br

(João Nivaldo Tomazella) Universidade Federal de São Carlos
E-mail address: tomazella@dm.ufscar.br

BINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH SYMMETRY

PATRÍCIA TEMPESTA

Binary differential equations (BDE) are differential equations of the form $a(x,y)dy^2 + 2b(x,y)dxdy + c(x,y)dx^2 = 0$, where a, b, c are smooth functions. When $b^2 - ac > 0$, the BDE determine a pair of transverse foliations in a region of the plane. In this work we introduce the question of studying symmetries in a BDE and using group representation theory we present an algebraic formula that determines whether a symmetry, at each pair of symmetric points, preserves or reverts elements in the two pairs of the corresponding symmetric foliations. We shall see that this depends not only on the orientation of this symmetry, but also on its action on the plane.

Referências

[1] J. W. Bruce, F. Tari, *On binary differential equations*, Nonlinearity, 8, **1995**, 255–271.
[2] V. I. Arnold, *Geometrical Methods in the Theory of Ordinary Differential Equations*, Springer-Verlag, New York-Berlin, **1983**.
[3] Golubitsky, T., Stewart, I. e Schaeffer, D., *Singularities and groups in Bifurcation Theory*, Vol II, Appl. Math. Sci., Springer-Verlag, **1985**.

(Patrícia Tempesta) Universidade Federal de São João del-Rei
E-mail address: `tempesta@ufsj.edu.br`